Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\frac{x+2x+1}{2}=8$	**3p**
	$x=5$	**2p**
2.	$g(a)=a+4$, $(f\circ g)(a)=2a+9$, pentru orice număr real a	**3p**
	$2a+9=-a$, de unde obținem $a=-3$	**2p**
3.	$\log_5 x^2=\log_5(4x+5)$, de unde obținem $x^2-4x-5=0$	**2p**
	$x=-1$, care nu convine sau $x=5$, care convine	**3p**
4.	Cifra zecilor se poate alege în 4 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei zecilor, cifra unităților se poate alege în câte 4 moduri, deci se pot forma $4\cdot 4=16$ numere	**3p**
5.	$\overrightarrow{OA}=5\vec{j}$, $\overrightarrow{OB}=3\vec{i}+4\vec{j}$, deci $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=3\vec{i}+9\vec{j}$	**3p**
	$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$, de unde obținem $\overrightarrow{OC}=\vec{i}+3\vec{j}$, deci $C(1,3)$	**2p**
6.	$\widehat{ECB}=\frac{\pi}{6}=\widehat{EBC}$, deci $EB=EC$, de unde obținem $d(B,CE)=d(C,BE)=CA$	**3p**
	$\operatorname{tg}\widehat{ACE}=\frac{AE}{AC}$, deci $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{2}{AC}$, de unde obținem $d(B,CE)=2\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}0&0&-2\\1&1&1\\2&1&-2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(0))=\begin{vmatrix}0&0&-2\\1&1&1\\2&1&-2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0-2+0+4-0-0=2$	**3p**
b)	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a&0&-2\\1&1&1-a\\2&1&-2\end{vmatrix}=a^2-3a+2$, pentru orice număr real a	**2p**
	$\det(A(a))=0\Leftrightarrow a=1$ sau $a=2$, deci matricea $A(a)$ este inversabilă dacă și numai dacă $a\in\mathbb{R}\setminus\{1,2\}$	**3p**
c)	Pentru $a=2$, soluțiile (x_0,y_0,z_0) cu $x_0,y_0,z_0\in\mathbb{R}$ sunt $(\alpha,1,\alpha-2)$, cu $\alpha\in\mathbb{R}$	**3p**
	$x_0z_0+y_0=(\alpha-1)^2\geq 0$, pentru orice soluție (x_0,y_0,z_0) cu $x_0,y_0,z_0\in\mathbb{R}$	**2p**
2.a)	$3*5=\frac{3\cdot 5-1}{(3-1)(5-1)}=$	**3p**
	$=\frac{14}{2\cdot 4}=\frac{7}{4}$	**2p**

b)	$x*x=\frac{x^2-1}{(x-1)^2}=\frac{x+1}{x-1}$, pentru orice $x\in M$	**3p**
	$\frac{x+1}{x-1}=3$, de unde obținem $x=2$, care convine	**2p**
c)	$x*2=\frac{2x-1}{x-1}$, deci $(x*2)*x=\frac{2x^2-2x+1}{x(x-1)}=$	**3p**
	$=2+\frac{1}{x(x-1)}>2$, pentru orice $x\in M$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=1+\frac{2\ln x}{x}-\ln x-1=$	**3p**
	$=\frac{2\ln x-x\ln x}{x}=\frac{(2-x)\ln x}{x}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a,f(a))$ este paralelă cu axa $Ox \Leftrightarrow f'(a)=0$, $a\in(0,+\infty)$	**2p**
	$\frac{(2-a)\ln a}{a}=0$, de unde obținem $a=1$ sau $a=2$, care convin	**3p**
c)	Pentru orice $x\in(0,1]$, $f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $(0,1]$, pentru orice $x\in[1,2]$, $f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $[1,2]$ și, pentru orice $x\in(2,+\infty)$, $f'(x)<0$, deci f este strict descrescătoare pe $(2,+\infty)$	**2p**
	Cum $f(1)=1$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ și f este continuă, obținem că ecuația $f(x)=0$ are soluție unică	**3p**
2.a)	$\int_0^3\left(f(x)-\sqrt{x^2+4}\right)dx=\int_0^3\left(x^2-2\right)dx=\left.\left(\frac{x^3}{3}-2x\right)\right\|_0^3=$	**3p**
	$=9-6=3$	**2p**
b)	$\int_0^{\sqrt5}\frac{x}{f(x)-x^2+2}dx=\int_0^{\sqrt5}\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}dx=\int_0^{\sqrt5}\frac{\left(x^2+4\right)'}{2\sqrt{x^2+4}}dx=\left.\sqrt{x^2+4}\right\|_0^{\sqrt5}=$	**3p**
	$=3-2=1$	**2p**
c)	$\lim\limits_{x\to0}\frac{1}{x^2}\int_0^x F(t)dt=\lim\limits_{x\to0}\frac{\left(\int_0^x F(t)dt\right)'}{\left(x^2\right)'}=\lim\limits_{x\to0}\frac{F(x)}{2x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{F'(x)}{(2x)'}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{2}=\frac{f(0)}{2}=0$	**2p**

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați numărul real x pentru care numerele x, 8 și $2x+1$ sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+4$. Determinați numărul real a pentru care $(f\circ g)(a)=-a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\log_5 x=\log_5(4x+5)$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,3,5,7,8\}$. Determinați câte numere naturale de două cifre distincte, cu cifra zecilor impară, se pot forma cu cifre din mulțimea A.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$ și $B(3,4)$. Determinați coordonatele punctului C pentru care $3\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, cu $A=\frac{\pi}{2}$, $C=\frac{\pi}{3}$ și $AE=2$, unde E este punctul în care bisectoarea unghiului C intersectează latura AB. Arătați că distanța de la punctul B la dreapta CE este egală cu $2\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1-a \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax-2z=4 \\ x+y+(1-a)z=3 \\ 2x+y-2z=5 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=2$.

5p **b)** Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.

5p **c)** Pentru $a=2$, arătați că $x_0z_0+y_0\ge 0$, pentru orice soluție (x_0,y_0,z_0) a sistemului de ecuații, cu x_0, y_0 și z_0 numere reale.

2. Pe mulțimea $M=(1,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x*y=\frac{xy-1}{(x-1)(y-1)}$.

5p **a)** Arătați că $3*5=\frac{7}{4}$.

5p **b)** Determinați $x\in M$ pentru care $x*x=3$.

5p **c)** Demonstrați că $(x*2)*x>2$, pentru orice $x\in M$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln^2 x-x\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(2-x)\ln x}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa Ox.

5p **c)** Demonstrați că ecuația $f(x)=0$ are soluție unică.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2+\sqrt{x^2+4}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3\left(f(x)-\sqrt{x^2+4}\right)dx=3$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^{\sqrt{5}}\frac{x}{f(x)-x^2+2}dx=1$.

5p **c)** Demonstrați că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^2}\int_0^x F(t)dt=0$, unde $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(0)=0$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{64}-4\sqrt{2}+2\sqrt{2}\cdot\left(2-\sqrt{2}\right)=8-4\sqrt{2}+4\sqrt{2}-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=$	**3p**
	$=8-4=4$	**2p**
2.	$f\left(a\right)=7a-4$, pentru orice număr real a	**2p**
	$7a-4=5a$, de unde obținem $a=2$	**3p**
3.	$3^{2+x}=3^5$, de unde obținem $2+x=5$	**3p**
	$x=3$	**2p**
4.	$\frac{15}{100}\cdot x=75$, unde x este prețul înainte de ieftinire	**3p**
	$x=500$ de lei	**2p**
5.	$M\left(3,3\right)$	**2p**
	$MA=\sqrt{10}$ și $MB=\sqrt{10}$, deci $MA=MB$	**3p**
6.	$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 30°=\frac{1}{2}$	**3p**
	$4\left(\sin 60°\right)^2-\left(\sin 45°\right)^2-2\left(\sin 30°\right)^2=4\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=3-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=2$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$7*8=\frac{7+8}{3}-4=$	**3p**
	$=5-4=1$	**2p**
2.	$4*x=\frac{4+x}{3}-4$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\frac{4+x}{3}-4=x$, de unde obținem $x=-4$	**3p**
3.	$x*x^2=\frac{x^2+x-12}{3}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$x^2+x-12=0$, de unde obținem $x=-4$ sau $x=3$	**2p**
4.	$\left(2x\right)*\left(2y\right)=\frac{2x+2y}{3}-4$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
	$x*\left(y+6\right)=\frac{x+y}{3}-2\Rightarrow 2\cdot\left(x*\left(y+6\right)\right)=\frac{2x+2y}{3}-4$, deci $\left(2x\right)*\left(2y\right)=2\cdot\left(x*\left(y+6\right)\right)$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
5.	$\left(2n\right)*n=n-4$, $\left(3n\right)*\left(\left(2n\right)*n\right)=\frac{4n-16}{3}$, pentru orice număr natural n	**2p**
	$\frac{4n-16}{3}\le -n$, deci $7n\le 16$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$, $n=1$, $n=2$	**3p**

6.	$\lg x * \lg x = \frac{2\lg x}{3} - 4$, $(-3) * \lg\frac{1}{x} = \frac{-3-\lg x}{3} - 4$, pentru orice $x \in (0,+\infty)$	**2p**
	$\frac{2\lg x}{3} - 4 = \frac{-3-\lg x}{3} - 4$, deci $\lg x = -1$, de unde obținem $x = \frac{1}{10}$, care convine	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-2) - 6 \cdot 0 =$	**3p**
	$= -2 - 0 = -2$	**2p**
2.	$A + 2I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 3B$	**3p**
	$3B = aB$, de unde obținem $a = 3$	**2p**
3.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$	**3p**
	$A \cdot A + A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2I_2$	**2p**
4.	$M(x,y) = \begin{pmatrix} x+y & 6x+2y \\ 0 & -2x \end{pmatrix} \Rightarrow M(x,y) \cdot A = \begin{pmatrix} x+y & -6x+2y \\ 0 & 4x \end{pmatrix}$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
	$\begin{pmatrix} x+y & -6x+2y \\ 0 & 4x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 0$ și $y = 1$	**2p**
5.	$\det(M(x,y)) = -2x(x+y)$, $\det(M(y,x)) = -2y(x+y)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
	$-2x(x+y) = -2y(x+y)$, deci $(x+y)(x-y) = 0$ și, cum x și y sunt numere reale distincte, rezultă că $x + y = 0$	**3p**
6.	$M(x,x) \cdot M(x,-x) = \begin{pmatrix} 2x & 8x \\ 0 & -2x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 4x \\ 0 & -2x \end{pmatrix} = x^2\begin{pmatrix} 0 & -8 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = x^2 M(-2,2)$, pentru orice număr real x	**3p**
	$x^2 M(-2,2) = M(-2,2)$, de unde obținem $x = -1$ sau $x = 1$	**2p**

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{64}-4\sqrt{2}+2\sqrt{2}\cdot\left(2-\sqrt{2}\right)=4$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=7x-4$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=5a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9\cdot 3^x=3^5$.

5p **4.** După o ieftinire cu 15%, prețul unui obiect s-a micșorat cu 75 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(2,0)$ și $C(6,6)$. Arătați că $MA=MB$, unde punctul M este mijlocul segmentului OC.

5p **6.** Arătați că $4(\sin 60^\circ)^2-(\sin 45^\circ)^2-2(\sin 30^\circ)^2=2$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=\dfrac{x+y}{3}-4$.

5p **1.** Arătați că $7*8=1$.

5p **2.** Determinați numărul real x pentru care $4*x=x$.

5p **3.** Determinați numerele reale x pentru care $x*x^2=0$.

5p **4.** Arătați că $(2x)*(2y)=2\cdot\left(x*(y+6)\right)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **5.** Determinați numerele naturale n pentru care $(3n)*\left((2n)*n\right)\le -n$.

5p **6.** Determinați $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\lg x*\lg x=(-3)*\lg\dfrac{1}{x}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1&6\\0&-2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&2\\0&0\end{pmatrix}$ și $M(x,y)=xA+yB$, unde x și y sunt numere reale.

5p **1.** Arătați că $\det A=-2$.

5p **2.** Determinați numărul real a pentru care $A+2I_2=aB$.

5p **3.** Arătați că $A\cdot A+A=2I_2$.

5p **4.** Determinați numerele reale x și y pentru care $M(x,y)\cdot A=B$.

5p **5.** Arătați că, dacă x și y sunt numere reale distincte astfel încât $\det\left(M(x,y)\right)=\det\left(M(y,x)\right)$, atunci $x+y=0$.

5p **6.** Determinați numerele reale x pentru care $M(x,x)\cdot M(x,-x)=M(-2,2)$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z_1+3iz_2=4-3i+3i(1-2i)=4-3i+3i-6i^2=$	**2p**
	$=4+6=10$	**3p**
2.	$g(3)=7$, $f(a)=3-a$, pentru orice număr real a	**2p**
	$3-a=3a+7$, de unde obținem $a=-1$	**3p**
3.	$\log_4\left(x^2+4\right)=\log_4(5x)$, de unde obținem $x^2-5x+4=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=4$, care convin	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 3 numere care au produsul cifrelor egal cu 4, deci sunt 3 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{3}{90}=\frac{1}{30}$	**3p**
5.	$M(1,4)$ este mijlocul segmentului OA	**2p**
	Cum M este mijlocul segmentului BC, obținem $a=2$ și $b=4$	**3p**
6.	$BC=2R=8$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC	**2p**
	$AB=\frac{BC}{2}=4$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(6)=\begin{pmatrix}5&1\\-5&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(6))=\begin{vmatrix}5&1\\-5&1\end{vmatrix}=5\cdot1-(-5)\cdot1=$	**3p**
	$=5+5=10$	**2p**
b)	$A(3)=\begin{pmatrix}2&1\\-2&-2\end{pmatrix}\Rightarrow A(3)\cdot A(3)=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}=2I_2$	**3p**
	$2I_2=aI_2$, de unde obținem $a=2$	**2p**
c)	$A(m)\cdot A(2)-A(m-1)=\begin{pmatrix}m-1&1\\1-m&m-5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\-1&-3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}m-2&1\\2-m&m-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&m-5\\4-m&22-5m\end{pmatrix}$, de unde obținem $N=(m-4)(m-5)$, pentru orice număr întreg m	**3p**
	Cum $m-4$ și $m-5$ sunt numere întregi și $(m-4)(m-5)\geq 0$, obținem că numărul N este natural, pentru orice număr întreg m	**2p**
2.a)	$f(0)=0^3+a\cdot0^2-2\cdot0+2=$	**3p**
	$=0+0-0+2=2$, pentru orice număr real a	**2p**
b)	$x_1x_2x_3=-2$, $x_1+x_2+x_3=-a$, $x_1x_2x_3(1+x_1+x_2+x_3)=-2(1-a)$, pentru orice număr real a	**3p**
	$-2(1-a)=4$, de unde obținem $a=3$	**2p**

c)	$f(-1)=0$, de unde obținem $a=-3$	**2p**
	$f=X^3-3X^2-2X+2=(X^2-2)(X-3)-4$, deci restul împărțirii lui f la X^2-2 este -4	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^x(x^2+x-1)+e^x(2x+1)=$	**3p**
	$=e^x(x^2+x-1+2x+1)=e^x(x^2+3x)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+f(x)}{f'(x)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x(x^2+x)}{e^x(x^2+3x)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(x+1)}{x(x+3)}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+1}{x+3}=\dfrac{1}{3}$	**2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-3$ sau $x=0$; pentru orice $x\in(-\infty,-3]$, $f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare pe $(-\infty,-3]$ și, pentru orice $x\in[-3,0]$, $f'(x)\leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-3,0]$	**3p**
	$f(x)\leq f(-3)$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$ și, cum $f(-3)=\dfrac{5}{e^3}$, obținem $e^{x+3}(x^2+x-1)\leq 5$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$	**2p**
2.a)	$\displaystyle\int_3^5\left(f(x)-\sqrt{2x^2+1}\right)dx=\int_3^5 x\,dx=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_3^5=$	**3p**
	$=\dfrac{25}{2}-\dfrac{9}{2}=8$	**2p**
b)	$\displaystyle\int_1^2\frac{x}{(f(x)-x)^2}dx=\int_1^2\frac{x}{2x^2+1}dx=\frac{1}{4}\int_1^2\frac{(2x^2+1)'}{2x^2+1}dx=\left.\frac{1}{4}\ln(2x^2+1)\right\|_1^2=$	**3p**
	$=\dfrac{\ln 9}{4}-\dfrac{\ln 3}{4}=\dfrac{\ln 3}{4}$	**2p**
c)	$\displaystyle V=\pi\int_0^2 g^2(x)dx=\pi\int_0^2\left(3x^2+1+2x\sqrt{2x^2+1}\right)dx=\pi\left(x^3\Big\|_0^2+x\Big\|_0^2+\frac{1}{2}\int_0^2\sqrt{2x^2+1}\cdot(2x^2+1)'dx\right)=$	**2p**
	$\displaystyle=\pi\left(10+\left.\frac{(2x^2+1)\sqrt{2x^2+1}}{3}\right\|_0^2\right)=\frac{56\pi}{3}$, deci $\dfrac{a\pi}{3}=\dfrac{56\pi}{3}$, de unde obținem $a=56$	**3p**

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră numerele complexe $z_1 = 4-3i$ și $z_2 = 1-2i$. Arătați că $z_1 + 3iz_2 = 10$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=3a+g(3)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4\left(x^2+4\right)=\log_4 x+\log_4 5$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 4.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,8)$, $B(0,4)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b, știind că segmentele OA și BC au același mijloc.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $C=\frac{\pi}{6}$. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu 4. Arătați că $AB=4$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x-1 & 1\\ 1-x & x-5\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(6)\right)=10$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $A(3)\cdot A(3)=aI_2$.

5p **c)** Demonstrați că numărul $N=\det\left(A(m)\cdot A(2)-A(m-1)\right)$ este natural, pentru orice număr întreg m.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+aX^2-2X+2$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(0)=2$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $x_1x_2x_3\left(1+x_1+x_2+x_3\right)=4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X+1$, determinați restul împărțirii lui f la polinomul X^2-2.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2+x-1\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=e^x\left(x^2+3x\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x+f(x)}{f'(x)}=\frac{1}{3}$.

5p **c)** Demonstrați că $e^{x+3}\left(x^2+x-1\right)\le 5$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\sqrt{2x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_3^5\left(f(x)-\sqrt{2x^2+1}\right)dx=8$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^2\frac{x}{\left(f(x)-x\right)^2}dx=\frac{\ln 3}{4}$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției $g:[0,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ în jurul axei Ox este egal cu $\frac{a\pi}{3}$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{4}+3\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}+3\cdot\frac{5}{4}=$	**3p**
	$=\frac{1}{4}+\frac{15}{4}=4$	**2p**
2.	$f(a)=4a-9$, pentru orice număr real a	**2p**
	$4a-9=a$, de unde obținem $a=3$	**3p**
3.	$2x-1=x^2$, deci $x^2-2x+1=0$	**3p**
	$x=1$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 8 elemente, deci sunt 8 cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 2 numere n pentru care numărul $n(n+1)$ este multiplu de 10, deci sunt 2 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$	**3p**
5.	$M(3,4)$, $OM=5$	**3p**
	$BM=5$, deci $OM=BM$, de unde obținem că triunghiul OBM este isoscel	**2p**
6.	$AB=2$	**2p**
	$BC^2=2^2+6^2=40$, de unde obținem $BC=2\sqrt{10}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$M(0)=\begin{pmatrix}1 & 4\\-1 & -4\end{pmatrix}\Rightarrow \det(M(0))=\begin{vmatrix}1 & 4\\-1 & -4\end{vmatrix}=1\cdot(-4)-4\cdot(-1)=$	**3p**
	$=-4+4=0$	**2p**
b)	$M(3)=\begin{pmatrix}4 & 4\\-1 & -1\end{pmatrix}$, $M(3)+2M(0)=\begin{pmatrix}6 & 12\\-3 & -9\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=3\begin{pmatrix}2 & 4\\-1 & -3\end{pmatrix}=3M(1)$	**2p**
c)	$M(a)\cdot M(0)=\begin{pmatrix}a-3 & 4a-12\\3-a & 12-4a\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**3p**
	$\begin{pmatrix}a-3 & 4a-12\\3-a & 12-4a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 12\\-3 & -12\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=6$	**2p**
2.a)	$1\circ 2=1\cdot 2+4(1+2)=$	**3p**
	$=2+12=14$	**2p**
b)	$x\circ 3=7x+12$, pentru orice număr real x	**3p**
	$7x+12=x$, de unde obținem $x=-2$	**2p**

c)	$2^x \circ 4 = 2^x \cdot 4 + 4\left(2^x + 4\right) = 8 \cdot 2^x + 16$, pentru orice număr real x	**2p**
	$8 \cdot 2^x + 16 = 2^{x+4} \Leftrightarrow 2^{x+3} = 2^4$, de unde obținem $x = 1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \dfrac{1' \cdot \left(x^2+4x+5\right) - 1 \cdot \left(x^2+4x+5\right)'}{\left(x^2+4x+5\right)^2} =$	**2p**
	$= \dfrac{0-(2x+4)}{\left(x^2+4x+5\right)^2} = \dfrac{-2(x+2)}{\left(x^2+4x+5\right)^2}$, $x \in \mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-1\right) \cdot f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-1}{x^2+4x+5} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(1+\frac{4}{x}+\frac{5}{x^2}\right)} =$	**3p**
	$= \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{4}{x}+\frac{5}{x^2}} = 1$	**2p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$; pentru orice $x \in (-\infty,-2]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $(-\infty,-2]$ și, pentru orice $x \in [-2,+\infty)$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-2,+\infty)$	**2p**
	$x \in [0,+\infty) \Rightarrow -x \in (-\infty,0]$, deci $f(x) \leq f(0)$ și $f(-x) \leq f(-2)$ și, cum $f(0) = \dfrac{1}{5}$ și $f(-2) = 1$, obținem $5f(x) + f(-x) \leq 2$, pentru orice $x \in [0,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\displaystyle\int_0^1 \left(f(x)-2x\right)dx = \int_0^1 \left(5x^2+1\right)dx = \frac{5x^3}{3}\Big\vert_0^1 + x\Big\vert_0^1 =$	**3p**
	$= \dfrac{5}{3} + 1 = \dfrac{8}{3}$	**2p**
b)	$\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{f(x)-5x^2}dx = \int_0^2 \frac{1}{2x+1}dx = \frac{1}{2}\int_0^2 \frac{(2x+1)'}{2x+1}dx = \frac{1}{2}\ln(2x+1)\Big\vert_0^2 =$	**3p**
	$= \dfrac{\ln 5}{2} - \dfrac{\ln 1}{2} = \dfrac{\ln 5}{2}$	**2p**
c)	$g(x) = 5x\sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, $x \in (0,+\infty)$; $\displaystyle\int g(x)dx = \int\left(5x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx = 2x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + C$, deci $G(x) = 2x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + c$, unde c este număr real	**3p**
	$G(1) = 5 \Rightarrow c = 1$, deci $G(x) = 2x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 1$, $x \in (0,+\infty)$	**2p**

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\frac{1}{4}+3\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)=4$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-9$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=a$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1}=x$.
5p	**4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea A, numărul natural $n(n+1)$ să fie multiplu de 10.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,8)$, $B(8,4)$ și M, mijlocul segmentului OA. Arătați că triunghiul OBM este isoscel.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și $AC=3AB$. Arătați că $BC=2\sqrt{10}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix} a+1 & 4 \\ -1 & a-4 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(M(0))=0$.
5p	**b)** Arătați că $M(3)+2M(0)=3M(1)$.
5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $M(a)\cdot M(0)=3M(0)$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+4(x+y)$.
5p	**a)** Arătați că $1\circ 2=14$.
5p	**b)** Determinați numărul real x pentru care $x\circ 3=x$.
5p	**c)** Determinați numărul real x pentru care $2^x\circ 4=2^{x+4}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+4x+5}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{-2(x+2)}{\left(x^2+4x+5\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-1\right)\cdot f(x)=1$.
5p	**c)** Demonstrați că $5f(x)+f(-x)\le 2$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x^2+2x+1$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^1\left(f(x)-2x\right)dx=\frac{8}{3}$.
5p	**b)** Arătați că $\int_0^2\frac{1}{f(x)-5x^2}dx=\frac{\ln 5}{2}$.
5p	**c)** Determinați primitiva $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)-2x}{\sqrt{x}}$, pentru care $G(1)=5$.